

# 信息论与编码实验

## 实验一 二维随机变量信息熵的计算

### 一、实验目的

掌握二变量多种信息量的计算方法。

### 二、实验要求

1. 熟悉二变量多种信息量的计算方法，设计实验的数据结构和算法；
2. 编写计算二维随机变量信息量的书面程序代码。

### 三、实验仪器、设备

1. 计算机一系统最低配置 256M 内存、P4 CPU。
2. C++ 编程软件— Visual C++ 7.0 (Microsoft Visual Studio 2003) Visual C++ 8.0 (Microsoft Visual Studio 2005)

### 四、实验内容

离散二维随机变换熵的计算

说明：

- (1) 利用 random 函数和归一化方法构造一个二维离散随机变量 (X, Y)；
- (2) 分别计算 X 与 Y 的熵、联合熵、条件熵： $H(X)$ 、 $H(Y)$ 、 $H(X,Y)$   $H(X|Y)$ 、 $I(X|Y)$ ；
- (3) 对测试通过的程序进行规范和优化；
- (4) 编写本次实验的实验报告。

### 五、实验原理

实验过程中涉及的各种熵的主要公式 (或定义式)：

- 1、离散信源熵(平均不确定度/平均信息量/平均自信息量)

$$H(X) = \sum p(x_i)I(x_i) = -\sum p(x_i)\log p(x_i)$$

- 2、在给定某个  $y_j$  条件下， $x_i$  的条件自信息量为  $I(x_i/y_j)$ ，X 集合的条件熵  $H(X/y_j)$  为

$$H(X/y_j) = \sum_i p(x_i/y_j)I(x_i/y_j)$$

在给定Y条件下，X集合的条件熵 $H(X/Y)$ 为：

$$\begin{aligned} H(X/Y) &= \sum_j p(y_j)H(X/y_j) = \sum_{i,j} p(y_j)p(x_i/y_j)I(x_i/y_j) \\ &= \sum_{i,j} p(x_i y_j)I(x_i/y_j) \end{aligned}$$

相应地，在给定 X (即各个  $x_i$ ) 的条件下，Y 集合的条件熵  $H(Y/X)$  定义为：

$$H(Y/X) = \sum_{i,j} p(x_i y_j)I(y_j/x_i) = -\sum_{i,j} p(x_i y_j)\log p(y_j/x_i)$$

3、联合熵是联合符号集合  $XY$  上的每个元素对  $x_i y_j$  的自信息量的概率加权统计平均值，表示  $X$  和  $Y$  同时发生的不确定度。

$$H(X Y) = \sum_{i,j} p(x_i y_j) I(x_i y_j) = - \sum_{i,j} p(x_i y_j) \log p(x_i y_j)$$

## 六、实验报告及总结

- 1、根据实验的内容，写出程序流程图。
- 2、分析并总结离散信源熵、条件熵、联合熵与信源统计分布或条件分布、联合分布之间的关系。

### 附：计算信源熵、联合熵和条件熵的程序代码清单：

```
#include<stdio.h>
#include<cmath>
#include<iomanip>
#include<time.h>
#include<iostream>
using namespace std;
void main()
{
    int k, n, t=0;
    double a[4][4], b=0, c=0;
    srand((unsigned)time(NULL));
    for(k=0; k<4; k++)
    {
        for(n=0; n<4; n++)
        {
            a[k][n]=rand()%100;
            t+=a[k][n];
        }
    }
    cout<<"从0到100间随机取得行列的random函数: "<<endl;
    for(k=0; k<4; k++)
    {
        for(n=0; n<4; n++)
        {
            cout<<setw(5)<<a[k][n];
        }
        cout<<endl;
    }
    cout<<"函数归一化: "<<endl;
    for(k=0; k<4; k++)
    {
        for(n=0; n<4; n++)
        {
            cout<<setw(12)<<a[k][n]/t;
        }
    }
}
```

```

        cout<<endl;
    }
    cout<<"H(Y) 计算: " <<setw(20)<<"H(X) 计算: " <<endl;
    int e=1;
    for(k=0;k<4;k++)
    {
        double i=0,g=0;
        for(n=0;n<4;n++)
        {
            i+=(a[k][n]/t);
            g+=(a[n][k]/t);
        }
        cout<<"P(Y"<<k+1<<"): " <<i<<setw(8)<<"P(X"<<e<<"): " <<g<<endl;
        ++e;
        b-=(i*log(i)/log(2.0));
        c-=(g*log(g)/log(2.0));
    }
    cout<<"H(Y)=-Σ p(Y) log p(Y) =" <<b<<endl;
    cout<<"H(X)=-Σ p(X) log p(X) =" <<c<<endl;
    cout<<"联合熵H(X, Y) 计算: " <<endl;
    b=0;
    int r, u, h=0;
    for(k=0;k<4;k++)
    {
        for(n=0;n<4;n++)
        {
            if(a[k][n]!=0)
            {
                b-=((a[k][n]/t)*log(a[k][n]/t)/log(2.0));
            }
            else
            {
                r=k, u=n;
                h=1;
                break;
            }
        }
    }
    if(h==0)
    cout<<"H(X, Y)=-Σ Σ p(X, Y) log p(X, Y) =" <<b<<endl;
    else cout<<"P(" <<r+1<< ", " <<u+1<< ") 为零, 中断, 无值" <<endl;
    cout<<"条件熵H(X|Y) 计算: " <<endl;
    b=0, h=0;
    for(k=0;k<4;k++)
    {
        double i=0;

```

```

for(n=0;n<4;n++)
{
    i+=(a[k][n]/t);
}
for(n=0;n<4;n++)
{
    if(a[k][n]!=0)
    {
        b-=((a[k][n]/t)*log((a[k][n]/t)/i)/log(2.0));
    }
    else {h=1;break;}
}
}
if (h==0) {cout<<"H(X|Y)=-Σ Σ P(X,Y) log (P(X,Y)/P(Y))="<<b<<endl;}
else cout<<"P("<<r+1<<","<<u+1<<)为零, 中断, 无值"<<endl;
cout<<"I (X|Y) 计算: "<<endl;
if(h==0)cout<<"I (X|Y) =H(X)-H(X|Y)="<<c-b<<endl;
else cout<<"P("<<r+1<<","<<u+1<<)为零, 中断, 无值"<<endl;
}

```

## 实验二 简单信源编码方法实现——香农编码

### 一、实验目的

掌握香农编码方法。

### 二、实验要求

1. 熟悉离散信源的编码方法，设计香农编码的数据结构和算法；
2. 编写香农编码的书面程序代码。

### 三、实验仪器、设备

1. 计算机—系统最低配置 256M 内存、P4 CPU。
2. C++ 编程软件— Visual C++ 7.0 (Microsoft Visual Studio 2003) Visual C++ 8.0 (Microsoft Visual Studio 2005)

### 四、实验内容

离散信源的香农编码方法

说明：

- (1) 根据香农编码算法实现香农编码；
- (2) 编写本次实验的实验报告。

### 五、实验原理

香农编码算法及步骤如下：

- 1、将信源发出的  $N$  个消息符号按其概率的递减次序依次排列。

$$p_1 \geq p_2 \geq \cdots p_N$$

- 2、按下式计算第  $i$  个消息的二进制代码组的码长，并取整。

$$-\log p(s_i) \leq l_i \leq -\log p(s_i) + 1$$

- 3、为了编成唯一可译码，首先计算第  $i$  个消息的累加概率

$$P_i = \sum_{k=1}^{i-1} p(s_k)$$

- 4、将累加概率  $P_i$  (为小数) 变成二进制数

- 5、除去小数点，并根据码长  $l_i$ ，取小数点后  $l_i$  位数作为第  $i$  个消息的码字。

### 六、实验报告及总结

- 1、根据实验的内容，写出程序流程图。
- 2、总结香农编码的基本方法和过程，计算平均码长和编码效率。

### 附：香农编码过程的程序代码清单：

myRand 产生信源随机概率，myLength 计算码长，myQuickSort 对信源概率排序，主函数调用。

#### (1). myRand

```
// .h
#ifndef MYRAND_H_INCLUDED
#define MYRAND_H_INCLUDED

extern void myRand(double*, int);

#endif // MYRAND_H_INCLUDED
//.cpp
#include <time.h>
#include <stdlib.h>
void myRand(double *p, int n)
{
    int i=0;
    double sum =0;
    srand(time(NULL));
    for(i=0; i<n; i++)
    {

        *(p+i) = rand() % 100 + 1;
        sum += *(p+i);
    }
    for(i=0; i<n; i++)
    {
        *(p+i) /= sum;
    }
}
```

#### (2)myLength

```
//.h
#ifndef MYLENGTH_H_INCLUDED
#define MYLENGTH_H_INCLUDED

extern int myLength(double);

#endif // MYLENGTH_H_INCLUDED
//.cpp
#include <math.h>

int myLength(double p)
```

```

{
    int length;
    double result;
    if(p<=0)
        length = 1;
    result = log(1/p)/log(2);
    length = (int)result;
    if(result - length > 0)
        length += 1;
    return length;
}

(3)myQuickSort
//.h
#ifndef MYQUICKSORT_H_INCLUDED
#define MYQUICKSORT_H_INCLUDED

extern void myQuickSort(double *, int, int);

#endif // MYQUICKSORT_H_INCLUDED
//.cpp
int mySortBase(double *p, int left, int right)
{
    double m_flag;
    double tmp;
    m_flag = *(p + left);
    while(left < right)
    {
        while( m_flag > *(p+right) )
        {
            right--;
        }
        if(m_flag > *(p+right) );
        {
            tmp = *(p+right);
            *(p+right) = *(p+left);
            *(p+left) = tmp;
        }
        while( m_flag < p[left])
        {
            left++;
        }
        if(m_flag < p[left])
        {
            tmp = *(p+right);
            *(p+right) = *(p+left);
            *(p+left) = tmp;
        }
    }
}

```

```

        }
    }
    *(p+left) = m_flag;
    return left;
}

void myQuickSort(double *p, int left, int right)
{
    int mid;

    if(left<right)
    {
        mid = mySortBase(p,left,right);
        myQuickSort(p,left,mid-1);

        myQuickSort(p,mid+1,right);
    }
}

(4) main
#include <stdio.h>
#include "myQuickSort.h"
#include "myRand.h"
#include "myLength.h"

#define N 7

int main()
{
    double p[N] = {0.20, 0.19, 0.18, 0.17, 0.15, 0.10, 0.01};
    double q[N];
    int i,j;
    int k;        //编码 长度
    double b_c; // 二 进制 数
    // 生成 随机数
    puts("Rand:\n");
    myRand(p, N);
    for(i=0; i<N; i++)
    {
        printf("%4.2lf\t", p[i]);
    }
    puts("\n");
    // 排序
    puts("Sort:\n");

```



```

myQuickSort(p, 0, N-1);
for(i=0; i<N; i++)
{
    printf("%4.2lf\t", p[i]);
}
puts("\n");
//累加 概率
puts("Q:");
q[0] = 0;

for(i=1; i<N; i++)
{
    q[i] = q[i-1] + p[i-1];
}
for(i=0; i<N; i++)
{
    printf("%4.2lf\t", q[i]);
}
puts("\n");
//输出 编码
for(i=0; i<N; i++)
{
    printf("P[%d]: %4.2lf\t", i+1, p[i]);
    printf("Q[%d]: %4.2lf\t", i+1, q[i]);
    k = myLength(p[i]);
    b_c = 2*q[i];

    for(j=0; j<k; j++)
    {

        if(b_c >= 1)
        {
            putchar('1');
            b_c -= 1;
        }
        else
        {
            putchar('0');
        }
        b_c *= 2;
    }
    puts("\n");
}

return 0;
}

```

## 实验三 简单信源编码方法实现—— Huffman 编码

### 一、实验目的

掌握 Huffman 编码方法。

### 二、实验要求

1. 熟悉离散信源的编码方法，重点是 Huffman 编码方法，设计 Huffman 编码的数据结构和算法；

2. 编写 Huffman 编码的书面程序代码。

### 三、实验仪器、设备

1. 计算机—系统最低配置 256M 内存、P4 CPU。
2. C++ 编程软件— Visual C++ 7.0 (Microsoft Visual Studio 2003) Visual C++ 8.0 (Microsoft Visual Studio 2005)

### 四、实验内容

离散信源的 Huffman 编、译码方法

说明：

- (1) 利用 random 函数构造一个一维离散随机变量分布  $P(X)$ ；
- (2) 构造离散随机变量的概率压缩表；
- (3) 根据概率压缩表构造 Huffman 编码表，并实现 Huffman 编码；
- (4) 完成 Huffman 译码；
- (4) 编写本次实验的实验报告。

### 五、实验原理

Huffman 编码算法及步骤如下：

- ① 将信源消息按照概率大小顺序排队。
- ② 按照一定的规则，从最小概率的两个消息开始编码。
- ③ 将经过编码的两个消息的概率合并，并重新按照概率大小排序，重复步骤②。
- ④ 重复上面步骤③，一直到合并的概率达到 1 时停止。这样便可以得到编码树状图。
- ⑤ 按照后出先编码的方式编程，即从数的根部开始，将 0 和 1 分别放到合并成同一节点的任意两个支路上，这样就产生了这组 Huffman 码。

哈夫曼编码的计算例子：

给定离散信源概率分布如下：

$$\begin{bmatrix} U \\ p(u) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 & u_7 \\ 0.20 & 0.19 & 0.18 & 0.17 & 0.15 & 0.10 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} H(U) &= -0.2 \log 0.2 - 0.19 \log 0.19 - 0.18 \log 0.18 - 0.17 \log 0.17 \\ &\quad - 0.15 \log 0.15 - 0.10 \log 0.10 - 0.01 \log 0.01 = 2.61 \end{aligned}$$

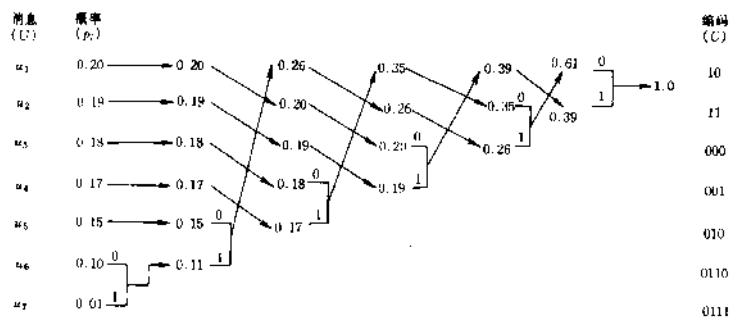
平均码长:

$$\bar{K} = \sum_{i=1}^7 p(u_i) K_i = 0.2 \times 2 + 0.19 \times 2 + 0.18 \times 3 + 0.17 \times 3 + 0.15 \times 3 + 0.10 \times 4 + 0.01 \times 4 = 2.72$$

编码效率

$$\eta = \frac{H(U)}{\bar{K}} = \frac{2.61}{2.72} = 95.96\%$$

对本信源进行了哈夫曼编码，可以得到如下的一种可能编码：



## 六、实验报告及总结

- 1、根据实验的内容，写出程序流程图。
- 2、总结哈夫曼编码的基本方法和过程，计算平均码长和编码效率。

附：哈夫曼编码过程的程序代码清单：

```
#include<stdio.h>
#include<cstring>
#include<iomanip>
#include<time.h>
#include<cassert>
#include<string>
#include<iostream>
using namespace std;
double *a;
string *c;
struct elem
{
    double a2;
    double a3;
};
class stack
```

```

{
    int size;
    int top;
    elem *list;
public:
    stack(const int sz=0) {size=sz;top=0;list=new elem[sz];}
    ~stack() {delete []list;}
    void clear() {top=0;}
    void push(const elem& item) {assert(top<size);list[top++]=item;}
    elem pop() {assert(!isEmpty());return list[--top];}
    elem topValue() const {assert(!isEmpty());return list[top-1];}
    bool isEmpty() const {return top==0;}
};

void aa(int n)
{
    double w=0;
    a=new double[n];
    srand((unsigned)time(NULL));
    cout<<"随机生成归一化一维离散变量: "<<endl;
    for(int i=0;i<n;i++)
    {
        a[i]=rand()%50;
        w+=a[i];
    }
    for(int i=0;i<n;i++)
    {
        a[i]=a[i]/w;
    }
    double p;
    for(int i=0;i<n-1;i++)
    {
        for(int j=n-2;j>=i;j--)
        {
            if(a[j]<a[j+1])
            {
                p=a[j+1];
                a[j+1]=a[j];
                a[j]=p;
            }
        }
    }
    cout<<"P(X):";
    for(int i=0;i<n;i++)
    {
        cout.precision(3);
        cout<<a[i]<<setw(8);
    }
}

```

```

    }
}
void huffman(double *a, string *c, int n)
{
    elem mp; stack s(n);
    double *b; b=new double[n]; for(int i=0; i<n; i++) {b[i]=a[i];}
    double *d; d=new double[n]; for(int i=0; i<n; i++) {d[i]=i;}
    double *e; e=new double[n]; for(int i=0; i<n; i++) {e[i]=i;}
    string t;
    for(int m=n; m>=2; m--)
    {
        b[m-2]+=b[m-1];
        mp.a2=d[m-2]; mp.a3=d[m-1];
        s.push(mp);
        double mp, mp1;
        for(int i=0; i<n-1; i++)
        {
            for(int j=n-2; j>=i; j--)
            {
                if(b[j]<b[j+1])
                {
                    mp=b[j+1]; mp1=d[j+1];
                    b[j+1]=b[j]; d[j+1]=d[j];
                    b[j]=mp; d[j]=mp1;
                }
            }
        }
        cout<<left<<setw(6)<<"nP(X) : ";
        for(int i=0; i<m-1; i++)
        {
            cout.precision(3);
            cout<<setw(8)<<b[i];
        }
    }
    while(!s.isEmpty())
    {
        mp=s.pop();
        for(int i=0; i<n; i++)
        {
            if(mp.a2==e[i])
            {
                t=c[i];
            }
        }
        for(int i=0; i<n; i++)
        {

```

```

        if(mp.a2==e[i])
        {
            c[i]=t;
            c[i]+="0";
        }
        else if(mp.a3==e[i])
        {
            c[i]=t;
            c[i]+="1";
        }
    }
}

void main()
{
    int n;
    cout<<"输入N: ";
    cin>>n;
    c=new string[n];
    aa(n);
    huffman(a, c, n);
    cout<<endl;
    cout<<setw(6)<<"各项Huffman编码为:"<<endl;
    for(int i=0;i<n;i++)
    {
        cout.precision(3);
        cout<<setw(8)<<a[i];
        cout.precision(0);
        cout<<setw(n+4)<<c[i];
        cout<<endl;
    }
}

```

